

Cuprins

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ	5
CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE	14
Lecția 1. Scrierea și citirea numerelor naturale	14
Lecția 2. Reprezentarea numerelor naturale pe axă	19
Lecția 3. Compararea și ordonarea numerelor naturale	21
Lecția 4. Aproximarea numerelor naturale. Rotunjiri	25
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	29
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	31
Lecția 5. Adunarea numerelor naturale. Proprietățile adunării	32
Lecția 6. Scăderea numerelor naturale	35
Lecția 7. Înmulțirea numerelor naturale. Proprietățile înmulțirii	38
Lecția 8. Factor comun	41
Lecția 9. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale	44
Lecția 10. Împărțirea cu rest a numerelor naturale. Teorema împărțirii cu rest	47
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	52
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	54
Lecția 11. Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr natural	55
Lecția 12. Pătrate perfecte	58
Lecția 13. Reguli de calcul cu puteri	61
Lecția 14. Compararea puterilor	64
Lecția 15. Scrierea numerelor naturale în baza 10. Scrierea numerelor naturale în baza 2	67
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	70
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	72
Lecția 16. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor	73
Lecția 17. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor de matematică	76
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	81
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	83
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	84
CAPITOLUL II. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE	86
Lecția 18. Divizor. Multiplu	86
Lecția 19. Criterii de divizibilitate	89
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	93
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	95
Lecția 20. Divizori comuni. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numerelor naturale	96
Lecția 21. Multipli comuni. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numerelor naturale	98
Lecția 22. Numere prime. Numere compuse	101
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	105
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	107
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	108
CAPITOLUL III. FRACȚII ORDINARE	110
Lecția 23. Frații ordinare	110
Lecția 24. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare	114
Lecția 25. Scoaterea întregilor din fracție. Introducerea întregilor din fracție	118
Lecția 26. Frații echivalente	121

<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	126
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	128
Lecția 27. Amplificarea fracțiilor	130
Lecția 28. Simplificarea fracțiilor	133
Lecția 29. Aducerea fracțiilor la același numitor comun	137
Lecția 30. Compararea fracțiilor ordinare.....	140
Lecția 31. Reprezentarea fracțiilor ordinare pe axa numerelor	144
<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	148
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	151
Lecția 32. Adunarea fracțiilor ordinare. Proprietățile adunării	153
Lecția 33. Scăderea fracțiilor ordinare	157
Lecția 34. Înmulțirea fracțiilor ordinare. Proprietățile înmulțirii	161
Lecția 35. Puterea cu exponent natural a unei fracții ordinare. Reguli de calcul cu puteri	165
Lecția 36. Împărțirea fracțiilor ordinare.....	170
Lecția 37. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural. Aflarea unei fracții dintr-o fracție	174
Lecția 38. Procente. Aflarea unui procent dintr-un număr natural. Aflarea unui procent dintr-o fracție...	178
<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	181
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	184
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	186
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTINTELOR	188
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....	191

Teste de evaluare inițială

Testul 1

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (5p) 1. Rezultatul calculului 9×8 este egal cu:
A. 64; B. 54; C. 72; D. 56.
- (5p) 2. Dublul numărului 50 este egal cu:
A. 40; B. 100; C. 120; D. 60.
- (5p) 3. Cel mai mic număr impar de trei cifre diferite este:
A. 102; B. 123; C. 111; D. 103.
- (5p) 4. Numărul natural par de patru cifre mai mare decât 9996 este egal cu:
A. 9998; B. 9997; C. 9999; D. 9996.
- (5p) 5. Numărul mai mare cu 385 decât 617 este egal cu:
A. 1042; B. 1002; C. 1012; D. 1210.
- (5p) 6. Numărul mai mic cu 407 decât 913 este egal cu:
A. 506; B. 605; C. 496; D. 560.
- (5p) 7. Numărul de 6 ori mai mare decât 75 este egal cu:
A. 750; B. 475; C. 460; D. 450.
- (5p) 8. Câtul împărțirii $182 : 7$ este egal cu:
A. 24; B. 37; C. 26; D. 35.
- (5p) 9. Rezultatul calculului $6 - 2 : 2$ este egal cu:
A. 4; B. 2; C. 7; D. 5.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

- (7p) 1. Calculați $10 \cdot [235 : 5 + 92 : (23 \cdot 6 - 134)]$.
- (8p) 2. Se consideră numerele naturale $\overline{86x1}$ și $\overline{8x51}$. Determinați cifra x pentru care $\overline{86x1} < \overline{8x51}$.
- (8p) 3. Radu a cheltuit suma de 270 lei în patru zile. În prima zi a cheltuit a treia parte din sumă, în ziua următoare a cheltuit a cincea parte din suma rămasă, iar suma cheltuită a treia zi a fost egală cu diferența sumelor de bani cheltuite în primele două zile.
- (8p) a) Calculați suma de bani cheltuită a doua zi.
- (7p) b) Calculați suma de bani cheltuită a treia zi.
- (7p) c) Calculați suma de bani cheltuită a patra zi.
- (8p) 4. Adunând succesorul și predecesorul numărului natural A obținem 5310. Determinați numărul natural A .

NUMERE NATURALE



Citirea unui număr natural se face grupând cifrele câte trei de la dreapta spre stânga. Aceste grupe se numesc **clase**. În ordine, de la dreapta la stânga avem: clasa unităților, clasa miilor, clasa milioaneilor, clasa miliardelor etc. Cele trei cifre din fiecare clasă reprezintă de la dreapta la stânga cifra de ordinul unităților, cifra de ordinul zecilor, respectiv cifra de ordinul sutelor de unități din clasa respectivă. Din acest motiv, scrierea numerelor naturale în baza zece este o scriere pozițională, deoarece valoarea fiecărei cifre este dată de poziția pe care o ocupă.

s	z	u	s	z	u	s	z	u	s	z	u
clasa miliardelor			clasa milioanelor			clasa miilor			clasa unităților		

Dacă n este un număr natural, atunci n și $n + 1$ se numesc **numere naturale consecutive**.



- a) șase mii cincizeci și patru;
c) cinci sute șase mii treizeci.

Solutie:

- c) 506030.

- Solutie:***

Cifra 6 face parte din clasa milioanelor și este de ordinul zecilor.

- Solutie:**

$3 + x + 7 + y = 17$, deci $x + y = 17 - 10$, de unde rezultă că $x + y = 7$. Deoarece numerele $\overline{3x7y}$ sunt impare, deducem că y poate fi 1, 3, 5 sau 7, prin urmare valorile corespunzătoare ale lui x sunt 6, 4, 2, respectiv 0. Numerele cerute sunt: 3671, 3473, 3275 și 3077.



Exerciții și probleme de dificultate minimă

- h) 83106.

- h) 40401108.

- a) Numerele naturale de două cifre diferite scrise cu cifrele 1 și 8 sunt:

b) Numerele naturale de trei cifre (nu toate identice) scrise cu cifrele 2 și 5 sunt:

c) Numerele naturale de trei cifre diferite scrise cu cifrele 0, 4 și 9 sunt:

- a) Numerele naturale impare de trei cifre diferite scrise cu cifrele 1, 6 și 9 sunt:

b) Numerele naturale pare de trei cifre diferite scrise cu cifrele 0, 5 și 8 sunt:

14. În tabelul următor este înregistrat numărul de pagini citite de Radu, în cinci zile, din romanul *Doi ani de vacanță*, scris de Jules Verne.

Ziua	Luni	Mărți	Miercuri	Joi	Vineri
Numărul de pagini	47	50	57	48	59

- a) Folosind informațiile din tabel, precizați zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale consecutive
- b) Folosind informațiile din tabel, precizați zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale pare consecutive
- c) Folosind informațiile din tabel, precizați zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale impare consecutive

15. Completați tabelul următor:

Numărul	75	100	5279	10692			
Predecesorul					89		9273
Succesorul						407	51180

16. Scrieti numerele naturale de două cifre care sunt egale cu răsturnatele lor.

17. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- a) Dacă numărul natural $\overline{6140a}$ are cifrele diferite și este par, atunci cifra a este:
A. 2; B. 2 sau 5; C. 2 sau 8; D. 8.
- b) Dacă numărul natural $\overline{5219x}$ are cifrele diferite și este impar, atunci cifra x este:
A. 7 sau 5; B. 3; C. 7; D. 3 sau 7.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

18. Precizati clasa si ordinul cifrelor subliniate:

- a) 29405; b) ~~60~~178; c) 94169; d) 54294;
e) 341524; f) ~~91~~7284; g) 502488; h) 684001.

19. Scrieti răsturnatele următoarelor numere naturale:

- a) 45; b) 72; c) 283; d) 105;
e) 7529; f) 5824; g) 41705; h) 12359.

20. Scrieti numerele naturale:

- a) pare de forma $\overline{1x7x}$; b) impare de forma $\overline{35xx}$.

21. Determinați numerele naturale impare de patru cifre (nu toate identice) care sunt egale cu răsturnatele lor și au:

- a) cifra zecilor egală cu 4; b) cifra sutelor egală cu 5.

22. Scrieti numerele pare de forma:

- a) $\overline{51xy}$, unde $x = 2y$; b) $\overline{8x5y}$, unde $x = 3y$; c) $\overline{47xy}$, unde $y = 4x$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

23. i) Determinați numerele naturale de forma $\overline{xyz}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$, care îndeplinesc condiția $x = y + z$ în următoarele cazuri:

37. Determinați numerele naturale $\overline{abcd}$, cu $a \neq 0$ și $b \neq 0$, care îndeplinesc condiția: dacă se șterge cifra a , devin de nouă ori mai mici.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Scrieți numărul natural:
- a) cinci mii șaizeci și doi; b) optsprezece mii treisprezece;
- c) de șase cifre care are cifra zecilor șapte și cifra sutelor de mii patru.
- (3p) **2.** Se consideră numărul 2835076. Precizați clasa și ordinul cifrelor:
- a) 0; b) 3; c) 2.
- (3p) **3.** Determinați numerele naturale impare de forma $\overline{71x2y}$ care au produsul cifrelor egal cu 84.

Lecția 2. Reprezentarea numerelor naturale pe axă



Citesc și rețin

O dreaptă d pe care se fixează un punct O numit **origine**, se stabilește un **sens de parcurgere** indicat de o săgeată (de la origine spre dreapta) și se alege o **unitate de măsură** (un segment MN de lungime oarecare), se numește **axa numerelor**.



Fiecărui număr natural n îi corespunde un punct pe axa numerelor care se obține măsurând de la origine spre dreapta n unități de măsură.

Numărul natural n se va numi **coordonata** punctului respectiv.

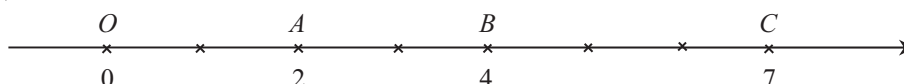
Coordonata originii este numărul natural 0.



Cum se aplică?

- 1.** Reprezentați pe axă numerele: 0, 2, 4, 7, alegând drept unitate de măsură un segment cu lungimea de 1 cm.

Soluție:



Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (1p) 1. Scriind cu cifre numărul natural *cincisprezece mii patru*, obținem:
A. 150004; B. 15004; C. 15040; D. 150400.
- (1p) 2. Clasa și ordinul cifrei 6 a numărului natural 561723 sunt:
A. clasa miilor, ordinul zecilor; B. clasa miilor, ordinul sutelor;
C. clasa unităților, ordinul sutelor; D. clasa milioaneilor, ordinul zecilor.
- (1p) 3. Aproximările prin lipsă și prin adaos la sute ale numărului 7046 sunt:
A. 7040, 7050; B. 7000, 7100; C. 7100, 7200; D. 7000, 7100.
- (1p) 4. Dintre numerele naturale 73205, 73199, 73204 și 73202, cel mai mare este:
A. 73205; B. 73199; C. 73204; D. 73202.
- (1p) 5. Numerele naturale $\overline{84a65}$ și $\overline{84aa5}$ sunt egale pentru:
A. $a = 4$; B. $a = 5$; C. $a = 6$; D. $a = 7$.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

- (1p) 1. Scrieți numerele naturale pare de forma $\overline{470x}$ care au cifrele diferite două câte două.
- (1p) 2. Adunând succesorul și predecesorul numărului natural n , obținem 50360. Determinați numărul natural n .
- (1p) 3. Determinați numerele naturale $\overline{8aba}$ care au rotunjirea la zeci egală cu $\overline{8aa0}$.
- (1p) 4. Se consideră numerele naturale $m = \overline{7xx2y5}$ și $n = \overline{7yx28z}$. Determinați cifrele x, y și z pentru care $m < n$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (1p) 1. Scriind cu cifre numărul natural *treizeci de mii două sute cinci*, obținem:
A. 30025; B. 35000; C. 30205; D. 30250.
- (1p) 2. Răsturnatul numărului natural 8171 este:
A. 7118; B. 1871; C. 1781; D. 1718.
- (1p) 3. Rotunjind la zeci și la sute numărul natural 6547, obținem:
A. 6650, 6660; B. 6650, 6500; C. 6600, 6700; D. 6560, 6600.
- (1p) 4. Dintre numerele naturale 428563, 428570, 428562 și 428567, cel mai mic este:
A. 428563; B. 428570; C. 428562; D. 428567.

Capitolul II

DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 18. Divizor. Multiplu



Citesc și rețin

Definiție: Spunem că un număr natural a se **divide** cu numărul natural b dacă există un număr natural c , astfel încât $a = b \cdot c$.

Numărul a se numește **multiplu** al lui b , iar b se numește **divizor** al lui a .

Vom scrie: $b \mid a$ și citim „ b divide pe a ” sau $a : b$ și citim „ a se divide cu b ”.

Definiții:

1. Divizorii 1 și a ai numărului natural a se numesc **divizori improprii**.

2. Divizorii numărului natural a diferiți de 1 și a , în cazul în care există, se numesc **divizori proprii**.



Cum se aplică?

1. Arătați că 30 de trandafiri se pot planta pe rânduri de câte 6 exemplare și apoi completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

a) Deoarece 30 se împarte exact la 6, spunem că 6 estedivizor..... al lui 30.

b) Deoarece 30 se împarte exact la 6, spunem că 30 estemultiplu..... al lui 6.

Soluție:

Deoarece $30 : 6 = 5$, rezultă că cei 30 de trandafiri se pot planta pe 5 rânduri de câte 6 trandafiri.

2. Arătați că 5 elevi pot transporta la bibliotecă în mod egal 65 de manuale și apoi stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $65 : 5$;

b) $65 \mid 5$;

c) $5 \mid 65$;

d) $5 : 65$.

Soluție:

Deoarece $65 : 5 = 13$, rezultă că fiecare elev a transportat câte 13 manuale la bibliotecă, prin urmare valorile de adevăr ale propozițiilor sunt:

a) A;

b) F;

c) A;

d) F.

3. a) Scrieți divizorii numărului natural 81.

b) Scrieți multiplii mai mici decât 47 ai numărului natural 15.

Soluție:

a) 1, 3, 9, 27, 81.

b) 0, 15, 30, 45.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Arătați că pe 3 rafturi pot fi depozitate în mod egal 24 de borcane cu dulceață și apoi completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

a) Deoarece 24 se împarte exact la 3, spunem că 3 este al lui 24.

b) Deoarece 24 se împarte exact la 3, spunem că 24 este al lui 3.

15. Scrieți primii 7 multipli ai următoarelor numere naturale:

- a) 10; b) 11; c) 12; d) 13; e) 14; f) 15.

Exerciții și probleme de dificultate medie

16. Arătați că:

- a) $5^{47} : 25^{15}$; b) $49^{19} : 7^{20}$; c) $9^{10} | 27^{13}$; d) $16^{10} | 8^{17}$.

17. Precizați numărul de divizori pentru următoarele numere naturale:

- a) 2^{50} ; b) 3^{61} ; c) 5^{59} ; d) 7^{43} .

18. a) Arătați că suma a trei numere naturale consecutive se divide cu 3.

b) Arătați că suma a cinci numere naturale consecutive se divide cu 5.

19. a) Arătați că suma a trei numere naturale consecutive de aceeași paritate se divide cu 3.

b) Arătați că suma a șapte numere naturale consecutive de aceeași paritate se divide cu 7.

20. Pentru $x \neq 0, y \neq 0$ și $z \neq 0$, arătați că următoarele sume sunt multipli ai lui 11:

- a) $\overline{xx} + \overline{yy} + \overline{zz}$; b) $\overline{xy} + \overline{yz} + \overline{zx}$; c) $\overline{xz} + \overline{zy} + \overline{yx}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

21. Pentru $x \neq 0, y \neq 0$ și $z \neq 0$, arătați că următoarele sume sunt multipli ai lui 37:

- a) $\overline{xxx} + \overline{yyy} + \overline{zzz}$; b) $\overline{xyy} + \overline{yzz} + \overline{zxx}$; c) $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy}$.

22. Arătați că:

- a) $(2^{31} + 2^{33}) : 5$; b) $(3^{23} - 3^{21}) : 8$; c) $(2^{50} - 2^{47}) : 7$; d) $(7^{45} + 7^{43}) : 5$.

23. Știind că n este număr natural, arătați că numărul:

- a) $2^n \cdot 5^{n+1} - 2^{n+1} \cdot 5^n$ este multiplu de 3;
b) $2^n \cdot 3^{n+1} + 2^{n+2} \cdot 3^n$ este multiplu de 7.

24. Dacă n este un număr natural impar, arătați că suma resturilor obținute la împărțirea unui număr natural cu n este multiplu al acestuia.

25. Arătați că numărul:

- a) $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{103}$ este multiplu de 3;
b) $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{105}$ este multiplu de 4;
c) $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2021}$ este multiplu de 13;
d) $5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{2024}$ este multiplu de 31.

26. Se consideră numărul natural $\overline{abcd}$, $a \neq 0$. Știind că $a + c = b + d$, arătați că numărul $\overline{abcd}$ se divide cu 11.

27. Determinați o valoare pentru cifra x , astfel încât numărul natural n să fie divizibil cu 11:

- a) $n = \overline{6x23000}$; b) $n = \overline{14x50000}$; c) $n = \overline{920x0000}$; d) $n = \overline{5x1x000}$.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

28. Determinați numărul natural $\overline{abc}$, $a \neq 0$, pentru care numărul $\overline{abcabc}$ este multiplu al a șase numere naturale impare consecutive.

88 29. Arătați că suma divizorilor numărului natural $n = 2^{123}$ este un multiplu al lui 5.

Fișă pentru portofoliul elevului

Numele si prenumele:

Clasa a V-a

Capitolul: Divizibilitatea numerelor naturale

Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

- | | | | |
|------|---|---|---|
| (7p) | 1. Suma divizorilor numărului natural 8 este divizibilă cu 3. | A | F |
| (7p) | 2. Multiplii de două cifre ai numărului natural 45 sunt 45 și 90. | A | F |
| (7p) | 3. Cel mai mic număr natural de trei cifre diferite divizibil cu 5 este numărul natural 120. | A | F |

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

- (7p) 1. Numărul natural $\overline{1x4}$ este divizibil cu 9 pentru $x = \dots\dots\dots$
- (7p) 2. Cel mai mare divizor propriu al numărului natural 125 este $\dots\dots\dots$
- (7p) 3. Numărul divizorilor numărului 11^7 este egal cu $\dots\dots\dots$

III. Încercuiti litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (8p) 1. Un rond de flori în formă de cerc este delimitat de un rând de pavele de patru culori, montate în ordinea: portocaliu, roșu, verde și albastru. Știind că în total sunt 2176 de pavele, atunci ultima pavelă montată are culoarea:
A. portocaliu; B. roșie; C. verde; D. albastră.
- (8p) 2. Cel mai mare număr natural de forma $2x51x$ divizibil cu 3 este:
A. 29519; B. 25515; C. 28518; D. 27517.
- (8p) 3. Se consideră numărul $a = 3^n \cdot 5^{n+2} + 3^{n+3} \cdot 5^n$, unde n este număr natural. Numărul natural a este un multiplu de:
A. 11; B. 13; C. 17; D. 19.

La exercitiile IV. si V. scrieti pe fișă rezolvările complete.

IV. (8p) Se consideră numărul $a = 7^n - 2^n$, unde n este număr natural. Arătați că $a : 5$.

- V. (8p) a) Câte numere naturale de patru cifre, cu cifrele impare și distincte, sunt multipli de 9?
- (8p) b) Câte numere naturale de patru cifre, cu cifrele pare și distincte, sunt divizibile cu 3?

Capitolul III

Fracții ordinare

Lecția 23. Frații ordinare



Citesc și rețin

Definiție: O pereche de numere naturale a și b , $b \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$, se numește **fracție ordinară**. Notăția $\frac{a}{b}$ se citește „ a supra b ”.

Numerele naturale a și b se numesc **numărătorul**, respectiv **numitorul** fracției și sunt separate prin **linia de fracție**.

Numitorul unei fracții ne arată în câte părți egale a fost împărțit întregul, iar numărătorul ne arată câte astfel de părți au fost luate.

Observație: Oricare ar fi numărul natural a , acesta se scrie ca fracție ordinară:

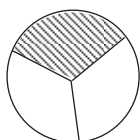
$$a = \frac{a}{1}.$$



Cum se aplică?

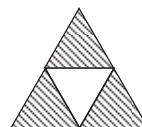
1. Completați caseta cu fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din următorul întreg:

a)



$$\boxed{\frac{1}{3}}$$

b)



$$\boxed{\frac{3}{4}}$$

Soluție:

a) Observăm că întregul a fost împărțit în trei părți egale, iar dintre acestea, una a fost hașurată, prin urmare fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din întregul respectiv este $\frac{1}{3}$.

b) Observăm că întregul a fost împărțit în patru părți egale, iar dintre acestea, trei au fost hașurate, prin urmare fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din întregul respectiv este $\frac{3}{4}$.

2. Scrieți fracția care reprezintă:

a) 5 zile dintr-o săptămână;

b) 41 de minute dintr-o oră.

Soluție:

a) $\frac{5}{7}$;

b) $\frac{41}{60}$.

3. Scrieți fracțiile ordinare de forma $\frac{3x}{29}$, unde numărătorul este număr natural impar.

Soluție:

$3x$ este număr natural impar dacă cifra x este 1, 3, 5, 7 sau 9, prin urmare fracțiile sunt: $\frac{31}{29}, \frac{33}{29}, \frac{35}{29}, \frac{37}{29}, \frac{39}{29}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți fracțiile următoare:

a) $\frac{2}{3}$;

b) $\frac{5}{6}$;

c) $\frac{4}{9}$;

d) $\frac{8}{7}$.

2. Completați spațiile punctate cu numitorii și numărătorii fracțiilor respective:

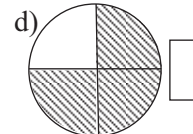
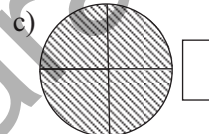
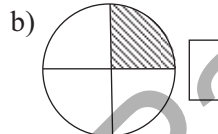
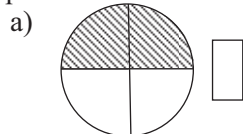
a) $\frac{7}{4}$;

b) $\frac{11}{23}$;

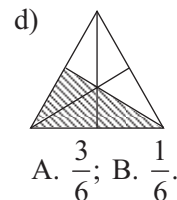
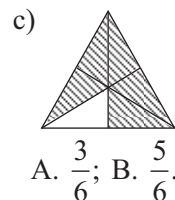
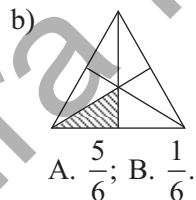
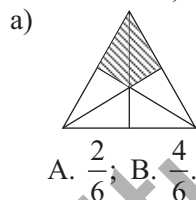
c) $\frac{51}{16}$;

d) $\frac{3}{8}$

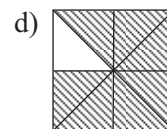
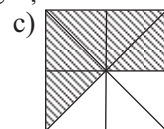
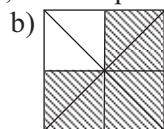
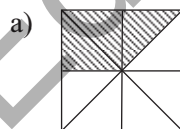
3. Completați caseta cu fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din întregul respectiv:



4. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Partea hașurată din întreg este reprezentată de fracția ordinară:



5. În tabelul următor sunt înregistrate fracțiile ordinare care corespund părților hașurate din fiecare întreg. Completați caseta corespunzătoare cu litera A, dacă răspunsul este corect sau cu litera F, dacă răspunsul este greșit.



a)	b)	c)	d)
$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$

18. Scrieți fracțiile ordinare care au numărătorul și numitorul numere naturale prime, în următoarele cazuri:

- a) $\frac{\overline{1x}}{x1}, x \neq 0;$ b) $\frac{\overline{x3}}{3x}, x \neq 0;$ c) $\frac{\overline{x7}}{7x}, x \neq 0;$ d) $\frac{\overline{9x}}{x9}, x \neq 0.$

19. Scrieți fracțiile ordinare de forma $\frac{\overline{21x}}{58y}$, care îndeplinesc condiția:

- a) $y = 2x;$ b) $x = 3y.$

20. Determinați fracțiile ordinare de forma $\frac{\overline{6ab}}{ab7}, a \neq 0$, care au numărătorul multiplu de 5 și numitorul multiplu de 9.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

21. Determinați fracțiile ordinare de forma $\frac{\overline{4xx}}{7x2}$, care au numărătorul divizibil cu 3 și numitorul divizibil cu 4.

22. Notăm cu S_1 și S_2 suma numerelor naturale mai mici decât $\overline{xy}, x \neq 0, y \neq 0$, respectiv suma numerelor naturale mai mici decât $\overline{yx}$. Determinați fracția ordinară $\frac{S_1}{S_2}$ pentru:

- a) $\overline{xy} = 42;$ b) $\overline{xy} = 34.$

23. Notăm cu S_1 și S_2 suma numerelor naturale pare mai mici sau egale cu $\overline{xy}, x \neq 0, y \neq 0$, respectiv suma numerelor naturale pare mai mici sau egale cu $\overline{yx}$. Determinați fracția ordinară $\frac{S_1}{S_2}$ pentru:

- a) $\overline{xy} = 32;$ b) $\overline{xy} = 45.$

24. Pentru numerele naturale mai mici sau egale cu $\overline{ab}, a \neq 0$, notăm cu S_u și S_z suma cifrelor de ordinul unităților, respectiv suma cifrelor de ordinul zecilor. Determinați fracția ordinară $\frac{S_u}{S_z}$ pentru:

- a) $\overline{ab} = 58;$ b) $\overline{ab} = 63.$

25. Pentru numerele naturale mai mici sau egale cu $\overline{ab}, a \neq 0$, notăm cu S_u suma cifrelor de ordinul unităților. Determinați fracția ordinară $\frac{a}{b}$ știind că:

- a) $S_u = 321;$ b) $S_u = 375.$

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

26. Determinați fracția ordinară $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere prime, $a > b$, pentru care

fracția ordinară $\frac{a-b}{a+b}$ are numărătorul și numitorul numere prime.

27. Determinați numărul prim a pentru care numărătorul și numitorul fracției ordinare $\frac{a^2-2}{a^2+2}$ sunt numere prime.

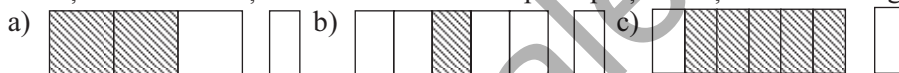


Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scrieți în casete fracțiile ordinare care corespund părților hașurate din întreg.



(3p) **2.** Scrieți fracția ordinară care reprezintă șapte luni dintr-un an și apoi reprezentați-o printr-un desen.

(3p) **3.** Scrieți fracțiile ordinare de forma $\frac{x7}{7x}$, $x \neq 0$, unde numărătorul și numitorul sunt numere naturale compuse.

Lecția 24. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare



Citesc și rețin

Definiție: Se consideră fracția ordinară $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$. Dacă:

- numărătorul este mai mic decât numitorul ($a < b$), fracția $\frac{a}{b}$ se numește **subunitară**;
- numărătorul este egal cu numitorul ($a = b$), fracția $\frac{a}{b}$ se numește **echiunitară**;
- numărătorul este mai mare decât numitorul ($a > b$), fracția $\frac{a}{b}$ se numește **supraunitară**.

Lecția 32. Adunarea fracțiilor ordinare. Proprietățile adunării



Citesc și rețin

1. Dacă $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ sunt două fracții ordinare cu același numitor, atunci $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$.

2. Dacă $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ sunt două fracții ordinare cu numitori diferiți, atunci adunarea

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ se efectuează astfel:

– se aduc la același numitor comun fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$;

– se efectuează adunarea fracțiilor respective după regula 1.

Proprietățile adunării:

– **comutativitatea:** $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c și d ;

– **asociativitatea:** $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c, d și e ;

– **0 este element neutru:** $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a, b .



Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $\frac{10}{13} + \frac{14}{13}$;

b) $\frac{21}{15} + \frac{16}{20}$.

Soluție:

a) $\frac{10}{13} + \frac{14}{13} = \frac{10+14}{13} = \frac{24}{13} = 1\frac{11}{13}$;

b) $\frac{21}{15} + \frac{16}{20} = \frac{7}{5} + \frac{4}{5} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$.

2. Efectuați:

a) $2\frac{1}{5} + \frac{2}{15}$;

b) $1\frac{11}{12} + 2\frac{2}{9}$.

Soluție:

a) $2\frac{1}{5} + \frac{2}{15} = \frac{11}{5} + \frac{2}{15} = \frac{33}{15} + \frac{2}{15} = \frac{35}{15} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$;

b) $1\frac{11}{12} + 2\frac{2}{9} = \frac{23}{12} + \frac{20}{9} = \frac{69}{36} + \frac{80}{36} = \frac{149}{36} = 4\frac{5}{36}$.

3. Calculați $\frac{7}{10} + 1\frac{1}{4} + \frac{2}{15}$.

Soluție:

$$\frac{7}{10} + 1\frac{1}{4} + \frac{2}{15} = \frac{7}{10} + \frac{6}{10} + \frac{2}{15} = \frac{13}{10} + \frac{2}{15} = \frac{39}{30} + \frac{4}{30} = \frac{43}{30} = 1\frac{13}{30}.$$



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $\frac{7}{3} + \frac{4}{3} =$; b) $\frac{4}{5} + \frac{9}{5} =$

c) $\frac{12}{7} + \frac{3}{7}$; d) $\frac{7}{9} + \frac{25}{9}$; e) $\frac{4}{3} + \frac{28}{3}$; f) $\frac{13}{5} + \frac{6}{5}$.

2. Efectuați următoarele adunări și simplificați rezultatele:

a) $\frac{7}{6} + \frac{2}{6} =$; b) $\frac{3}{8} + \frac{9}{8} =$

c) $\frac{13}{10} + \frac{9}{10}$; d) $\frac{23}{12} + \frac{5}{12}$; e) $\frac{8}{15} + \frac{19}{15}$; f) $\frac{5}{18} + \frac{25}{18}$.

3. Calculați după ce efectuați mai întâi simplificările:

a) $\frac{23}{6} + \frac{5}{6} + \frac{35}{30} =$

b) $\frac{25}{12} + \frac{7}{12} + \frac{15}{36}$; c) $\frac{8}{13} + \frac{20}{52} + \frac{11}{13}$; d) $\frac{4}{15} + \frac{35}{75} + \frac{13}{15}$.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

4. Calculați suma fracțiilor ordinare x și y în fiecare dintre cazurile următoare:

a) $x = \frac{8}{21} + \frac{11}{21} + \frac{15}{63}$, $y = \frac{19}{35} + \frac{5}{35} + \frac{12}{70}$; b) $x = \frac{5}{24} + \frac{17}{24} + \frac{15}{72}$, $y = \frac{23}{40} + \frac{49}{40} + \frac{6}{80}$.

5. Efectuați:

a) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3}$; b) $\frac{3}{2} + \frac{7}{8}$; c) $\frac{5}{3} + \frac{1}{9}$; d) $\frac{3}{8} + \frac{5}{4}$;
e) $\frac{13}{2} + \frac{5}{14}$; f) $\frac{5}{3} + \frac{13}{12}$; g) $\frac{8}{15} + \frac{4}{5}$; h) $\frac{11}{9} + \frac{5}{18}$.

6. Efectuați:

a) $\frac{5}{3} + \frac{1}{4}$; b) $\frac{3}{5} + \frac{5}{4}$; c) $\frac{7}{2} + \frac{3}{5}$; d) $\frac{1}{6} + \frac{4}{9}$;
e) $\frac{7}{10} + \frac{4}{15}$; f) $\frac{10}{9} + \frac{1}{12}$; g) $\frac{3}{20} + \frac{11}{8}$; h) $\frac{5}{12} + \frac{11}{16}$.

7. În prima zi s-a recoltat $\frac{17}{54}$ dintr-o suprafață cultivată cu grâu, iar în ziua următoare s-a recoltat mai mult cu $\frac{5}{18}$ din întreaga suprafață. Aflați ce fracție din suprafața cultivată cu grâu s-a recoltat a doua zi.

8. Efectuați:

a) $3\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4}$;

b) $2\frac{2}{3} + 2\frac{5}{6}$;

c) $2\frac{3}{4} + 3\frac{5}{8}$;

d) $5\frac{5}{6} + 1\frac{3}{4}$;

e) $4\frac{7}{10} + 3\frac{1}{4}$;

f) $6\frac{7}{9} + 2\frac{5}{6}$.

9. Aflați numărul mai mare cu:

a) $2\frac{3}{5}$ decât $6\frac{8}{5}$;

b) $4\frac{4}{7}$ decât $2\frac{5}{7}$;

c) $5\frac{8}{9}$ decât $3\frac{5}{9}$;

d) $2\frac{3}{10}$ decât $5\frac{1}{4}$;

e) $5\frac{3}{8}$ decât $7\frac{5}{12}$;

f) $4\frac{11}{14}$ decât $9\frac{3}{4}$.

10. În luna iunie, de pe o suprafață de teren s-au recoltat $72\frac{5}{6}$ kg roșii, iar în luna următoare s-au recoltat cu $34\frac{2}{9}$ kg mai mult decât în luna precedentă. Aflați ce cantitate de roșii s-a recoltat în lunile iunie și iulie la un loc.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Calculați:

a) $\frac{7}{4} + \frac{3}{10} + \frac{11}{20}$;

b) $\frac{3}{8} + \frac{13}{12} + \frac{1}{24}$;

c) $\frac{3}{4} + \frac{9}{28} + \frac{11}{14}$;

d) $\frac{7}{12} + \frac{5}{18} + \frac{11}{36}$;

e) $\frac{5}{24} + \frac{7}{36} + \frac{1}{72}$;

f) $\frac{4}{15} + \frac{7}{75} + \frac{9}{25}$.

12. Calculați:

a) $\frac{2}{27} + \frac{5}{18} + \frac{11}{6}$;

b) $\frac{5}{12} + \frac{3}{20} + \frac{4}{15}$;

c) $\frac{11}{20} + \frac{7}{10} + \frac{5}{16}$;

d) $\frac{16}{21} + \frac{3}{28} + \frac{1}{42}$;

e) $\frac{8}{15} + \frac{11}{18} + \frac{4}{45}$;

f) $\frac{17}{32} + \frac{1}{24} + \frac{7}{12}$.

13. Calculați:

a) $3\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4}$;

b) $2\frac{5}{6} + 1\frac{1}{4} + 1\frac{3}{8}$;

c) $3\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} + 1\frac{4}{5}$;

d) $2\frac{1}{7} + 4\frac{2}{3} + 1\frac{9}{14}$;

e) $2\frac{4}{15} + 2\frac{5}{12} + 3\frac{7}{10}$;

f) $5\frac{7}{24} + 4\frac{5}{8} + 1\frac{11}{32}$.

14. Calculați:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{1}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{12} + \frac{3}{20}; & \text{b)} \frac{9}{8} + \frac{4}{9} + \frac{1}{36} + \frac{7}{24}; & \text{c)} \frac{5}{8} + \frac{3}{10} + \frac{4}{5} + \frac{1}{16}; \\ \text{d)} \frac{5}{48} + \frac{7}{16} + \frac{3}{8} + \frac{1}{32}; & \text{e)} \frac{10}{9} + \frac{1}{27} + \frac{5}{18} + \frac{7}{36}; & \text{f)} \frac{8}{75} + \frac{4}{15} + \frac{3}{10} + \frac{2}{25}. \end{array}$$

15. Se consideră fracțiile ordinare $x = \frac{1}{5} + \frac{11}{24} + \frac{13}{30} + \frac{17}{60}$ și $y = \frac{3}{5} + \frac{13}{25} + \frac{11}{30} + \frac{26}{75}$.

Calculați $x + y$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Se consideră fracțiile ordinare $f_1 = \frac{16}{15} + \frac{19}{30} + \frac{25}{36} + \frac{11}{45}$ și $f_2 = \frac{7}{8} + \frac{13}{20} + \frac{19}{25} + \frac{17}{50}$.

Comparați fracțiile f_1 și f_2 .

17. Se consideră fracțiile ordinare $f_1 = 3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{6} + 1\frac{5}{14}$ și $f_2 = 1\frac{4}{5} + \frac{4}{15} + \frac{16}{21} + \frac{11}{35}$.

Arătați că suma $f_1 + f_2$ este număr natural.

18. Se consideră sumele $S_1 = 3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} + 3\frac{1}{4} + \dots + 3\frac{1}{100}$ și $S_2 = 7\frac{1}{2} + 7\frac{2}{3} + 7\frac{3}{4} + \dots + 7\frac{99}{100}$. Arătați că $S_1 + S_2$ este un număr natural pătrat perfect.

19. Se consideră fracțiile ordinare $f_1 = \frac{4}{5} + 1\frac{7}{10} + \frac{25}{18}$, $f_2 = 1\frac{7}{9} + \frac{14}{15} + \frac{4}{27} + \frac{28}{45}$ și $f_3 = 1\frac{5}{12} + \frac{8}{15} + \frac{13}{18} + \frac{25}{36} + \frac{11}{45}$. Scrieți în ordine crescătoare fracțiile $f_1 + f_2$, $f_2 + f_3$ și $f_3 + f_1$.

20. Scrieți sub formă ireductibilă fracția ordinară:

$$f = 1 + \frac{1+2+3}{1+3} + \frac{1+2+3+4+5}{1+3+5} + \dots + \frac{1+2+3+\dots+11}{1+3+5+\dots+11}.$$

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

21. Știind că $\frac{31}{x+1} + \frac{31}{y+2} + \frac{31}{z+3} = 13$, calculați $\frac{x+4}{x+1} + \frac{y+5}{y+2} + \frac{z+6}{z+3}$, unde x, y și z sunt numere naturale.

22. Determinați numerele naturale prime a, b și c , care îndeplinesc condiția:

$$\text{a)} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{abc} = 1; \quad \text{b)} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{abc} = 1.$$



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Efectuați:

a) $\frac{11}{13} + \frac{19}{13}$;

b) $\frac{17}{15} + \frac{18}{15}$;

c) $\frac{17}{10} + \frac{33}{30}$.

(3p) 2. Efectuați:

a) $\frac{5}{6} + 1\frac{5}{12}$;

b) $2\frac{9}{10} + \frac{4}{15}$;

c) $1\frac{1}{6} + 2\frac{2}{21}$.

(3p) 3. Comparați fracția ordinară $f = 2\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{5}{18}$ cu fracția ordinară $\frac{47}{15}$.

Lecția 33. Scăderea fracțiilor ordinare



Citesc și rețin

1. Dacă $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}, a \geq b$, sunt două fracții ordinare cu același numitor, atunci

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

2. Dacă $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$, sunt două fracții ordinare, atunci scăderea $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$ se efectuează astfel:

- se aduc la același numitor comun fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$;
- se efectuează scăderea fracțiilor respective după regula 1.



Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $\frac{32}{11} - \frac{19}{11}$;

b) $\frac{45}{21} - \frac{36}{28}$.

Soluție:

a) $\frac{32}{11} - \frac{19}{11} = \frac{32-19}{11} = \frac{13}{11} = 1\frac{2}{11}$;

b) $\frac{45^{(3)}}{21} - \frac{36^{(4)}}{28} = \frac{15}{7} - \frac{9}{7} = \frac{15-9}{7} = \frac{6}{7}$.

Capitolul: Fractii ordinare

Parcul Național Ceahlău este situat în zona central-nordică a Carpaților Orientali, în extremitatea vestică a județului Neamț. Clima în masivul muntos Ceahlău este temperat-continentală, cu particularități pentru tinutul muntilor înalți și tinutul muntilor mijlocii.

În masivul muntos Ceahlău, cele mai ridicate temperaturi din an se înregistrează în luna iulie, când temperatura medie la poale este de 23°C, iar în zona înaltă temperatura medie este de 9°C. În tabelul următor sunt prezentate valorile temperaturilor înregistrate între ora 7 și ora 13, în zona înaltă a muntelui Ceahlău într-o zi din luna iulie.

Ora	7	8	9	10	11	12	13
Temperatura	2°C	3°C	5°C	7°C	9°C	13°C	17°C

1. Conform informațiilor din tabel, valoarea temperaturii de 9°C s-a înregistrat la ora:
A. 12; B. 7; C. 9; D. 11.

2. Conform informațiilor din tabel, variația de temperatură între ora 7 și ora 13 a fost egală cu:
A. 3°C ; B. 14°C ; C. 15°C ; D. 0°C .

3. Conform informațiilor din tabel, media valorilor temperaturilor înregistrate la ora 8 și la ora 12 este egală cu:
A. 8°C ; B. 3°C ; C. 11°C ; D. 7°C .

Valoarea științifică a Munților Ceahlău este dată de existența a peste 1500 de specii de plante superioare valoroase, plante rare, monumente ale naturii din care 62 de specii sunt endemice Carpaților. Un botanist împreună cu doi studenți au venit în Parcul Național Ceahlău pentru a studia flora existentă pe teritoriul parcului.

4. Se știe că suma vârstelor celor doi studenți reprezintă $\frac{5}{7}$ din vârsta de 63 ani a botanistului. Calculați suma vârstelor celor doi studenți.

5. Vârstele celor doi studenți se exprimă prin două numere naturale consecutive. Calculați vârstele celor doi studenți.

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTIȚELOR

(Capitolele: Numere naturale, Divizibilitatea numerelor naturale, Frații ordinare)

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,7p) 1. Rezultatul calculului $(478 + 1652) : 10$ este egal cu:

- A. 214; B. 405; C. 131; D. 213.

(0,7p) 2. Câtul și restul împărțirii $786 : 23$ sunt egale cu:

- A. 19 și 8; B. 27 și 6; C. 34 și 4; D. 43 și 3.

(0,7p) 3. Produsul divizorilor proprii ai numărului natural 12 este egal cu:

- A. 12^2 ; B. 4^2 ; C. 6^2 ; D. 21^2 .

(0,7p) 4. Diferența a două numere naturale prime este egală cu 15. Cele două numere sunt:

- A. 21 și 6; B. 19 și 4; C. 17 și 2; D. 18 și 3.

(0,7p) 5. Amplificând fracția ordinară $\frac{18}{13}$ cu 5, obținem fracția:

- A. $\frac{72}{60}$; B. $\frac{90}{65}$; C. $\frac{80}{55}$; D. $\frac{80}{60}$.

(0,7p) 6. Numărul natural n pentru care are loc inegalitatea $\frac{4}{n} > \frac{4}{3}$ este egal cu:

- A. 2, 3; B. 0, 1, 2; C. 1, 2, 3; D. 1, 2.

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,8p) 1. Aflați rezultatul calculului $\{[51 : (18^2 : 12 - 10) + 2^3] \cdot 7 + 2^2\} : [(3 \cdot 3^3)^5 : 3^{17}]$.

(0,8p) 2. Se consideră numărul natural $a = 73 \cdot 179 + 875 \cdot 73 + 27 \cdot 1054$. Arătați că a este un multiplu de 10.

(0,8p) 3. Suma a două numere naturale este egală cu 180. Aflați cele două numere, știind că unul dintre ele este de patru ori mai mare decât celălalt.

(0,8p) 4. Determinați cifra a , $a \neq 0$, pentru care fracția ordinară $\frac{7a}{a4}$ este ireductibilă.

(0,8p) 5. Se consideră numărul natural $a = 2^{n+2} \cdot 5^n - 1$, unde n este număr natural. Arătați că $a : 3$.

(0,8p) 6. Determinați primele $2n + 1$, $n > 1$, numere naturale prime consecutive care au suma egală cu S , știind că printre acestea există două a căror sumă, notată cu S_1 , îndeplinește condiția $S = 5S_1$.

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

TESTE DE EVALUARE ÎNȚIALĂ

Testul 1

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	B	D	A	B	A	D	C	D

Partea a II-a: 1. 700. 2. x poate fi: 7, 8 sau 9. 3. a) 36 lei; b) 54 lei; c) 90 lei. 4. $A = 2655$.

Testul 2

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	D	A	C	A	D	A	A	B

Partea a II-a: 1. 1. 2. $x = 4$ și $y = 7$. 3. a) 97 de elevi; b) 446 de elevi; c) 669 de elevi. 4. De 20 de ori (de 10 ori ca cifră a unităților și de 10 ori ca cifră a zecilor).

Testul 3

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	A	C	D	B	A	D	A	B

Partea a II-a: 1. 49. 2. 5183 și 5389. 3. a) 108 km; b) 54 km; c) 147 km. 4. S are 50 de termeni și, deoarece suma a două numere impare este un număr par, rezultă că S este număr par.

Testul 4

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	D	A	C	B	A	C	D	B	A

Partea a II-a: 1. 6400. 2. $x000$ unități. 3. a) 64 de pagini; b) 41 de pagini; c) 123 de pagini. 4. $11 \cdot 10 + 10 = 120$.

Testul 5

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	B	D	A	A	B	D	C	B

Partea a II-a: 1. 600. 2. 1824 și 1836. 3. a) 440 de lei; b) 27 de pixuri; c) 72 de pixuri. 4. Deoarece suma este un număr impar, rezultă că cele două numere au parități diferite, prin urmare, și diferența lor este număr impar.

Testul 6

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	A	D	C	A	D	C	B	A

Partea a II-a: 1. 2. x poate fi 6, 7, 8 sau 9. 3. a) 120 cm; b) 150 cm; c) 175 cm. 4. $s = 2p$ și $s = p + 2$, deci $2p = p + 2$, de unde obținem $p = 2$. Prin urmare, $n = 3$.

Testul 7

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	A	A	D	B	C	A	D	C	B

Partea a II-a: 1. 510. 2. 7311 și 7913. 3. a) 10 g (mărul), 11 g (para) și 12 g (gutuia);

b) $m + g = 22$ g și $2p = 22$ g, deci $m + g = 2p$; c) 18 mere. **4.** Deoarece restul este mai mic decât împărțitorul, rezultă că resturile pot fi 3 și 4 sau 1, 3 și 4.

Testul 8

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	B	A	D	D	C	B	C	D

Partea a II-a: **1.** 2. **2.** 6952, 6754 și 6358. **3.** a) 2 lei; b) 22 de lei; c) 11 creioane. **4.** $D + S + d = 1002$ sau $2D = 1002$, deci $D = 501$; $S + S + 1 = 501$, deci $2S = 500$, prin urmare $S = 250$ și $d = 251$.

Testul 9

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	D	B	B	B	A	B	D	B	A

Partea a II-a: **1.** 10. **2.** x poate fi 8 sau 9. **3.** a) 15 lei; b) 20 lei; c) 145 lei. **4.** 100, 109 și 199.

Testul 10

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	B	D	A	B	C	A	D	B

Partea a II-a: **1.** 4090. **2.** $x = 9$ și $y = 0$ sau $x = 9$ și $y = 1$. **3.** a) 234 caiete; b) 293 caiete; c) 650 caiete. **4.** 261 cifre.

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE

Lecția 1. Scrierea și citirea numerelor naturale

1. a) 4 mii 123; b) 5 mii 17; c) 6 mii 704; d) 9 mii 820; e) 12 mii 345; f) 42 mii 38; g) 50 mii 821; h) 83 mii 106. **2.** a) 523 mii 149; b) 603 mii 468; c) 700 mii 207; d) 206 mii 46; e) 1 milion 20 mii 400; f) 2 milioane 203 mii 109; g) 6 milioane 6 mii 5; h) 40 de milioane 401 mii 108. **3.** a) 18, 81; b) 225, 252, 522, 552, 525, 255; c) 409, 490, 904, 940. **4.** a) 691, 961, 169, 619; b) 580, 850, 508. **5.** a) 9301; b) 2902; c) 5039; d) 4064; e) 12005; f) 19007. **6.** a) 4803; b) 5701; c) 12358; d) 902804. **7.** a) 102070; b) 707009; c) 915008; d) 504106. **8.** a) 84209; b) 35842; c) 792085; d) 608943. **9.** a) 1204102; b) 3020700; c) 31100020; d) 65002805. **13.** a) A; b) A. **14.** a) luni și joi; b) joi și marți; c) miercuri și vineri.

15.	Numărul	75	100	5279	10692	90	406	9274	51179
	Predecesorul	74	99	5278	10691	89	405	9273	51178
	Succesorul	76	101	5280	10693	91	407	9275	51180

16. 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99. **17.** a) C. 2 sau 8; b) D. 3 sau 7. **18.** a) Clasa unităților, ordinul sutelor; b) Clasa miilor, ordinul unităților; c) Clasa miilor, ordinul zecilor; d) Clasa unităților, ordinul zecilor; e) Clasa miilor, ordinul zecilor; f) Clasa miilor, ordinul unităților; g) Clasa unităților, ordinul sutelor; h) Clasa miilor, ordinul sutelor. **19.** a) 54; b) 27; c) 382; d) 501; e) 9257; f) 4285; g) 50714; h) 95321. **20.** a) 1070, 1272, 1474, 1676, 1878; b) 3511, 3533, 3555, 3577, 3599. **21.** a) 1441, 3443, 5445, 7447, 9449; b) 1551, 3553; 7557; 9559. **22.** a) 5100, 5142, 5184; b) 8050, 8652; c) 4700, 4714, 4728. **23.** i) a) 312, 321; b) 514, 523, 541, 532; ii) a) 199, 991, 393; b) 166, 661, 263, 362. **24.** a) 4132, 4231; b) 4133, 4331. **25.** a) 5640, 5604, 5622; b) 5650, 5632, 5614. **26.** Sunt 10 numere de o cifră, 90 de numere de două cifre, 900 de numere de trei cifre și un număr de patru cifre; $10 + 90 \cdot 2 + 900 \cdot 3 + 4 = 2894$ cifre. **27.** a) Cifra 0 se folosește

de 10 ori ca cifra unităților și o dată ca cifră a zecilor; $10 + 1 = 11$ ori; b) Cifra 1 se folosește de 10 ori și ca cifră a unităților și ca cifră a zecilor și o dată ca cifră a sutelor; $10 + 10 + 1 = 21$ de ori.

28. a) cifra 7 se folosește de cinci ori ca cifră a zecilor; b) cifra 6 se folosește de nouă ori ca cifra unităților și de cinci ori ca cifră a zecilor; $9 + 5 = 14$ ori. **29.** Suma $S = 21 + 23 + 25 + \dots + 89$ are $5 \cdot 4 = 20$ de termeni și deoarece 20 este număr par, rezultă că S este număr par.

30. a) 12235, 14135, 11435, 14531, 15431; b) 13233, 12333, 12139, 11239, 16133, 11633.

31. 579. **32.** a) $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 101$ și deoarece S are 51 de termeni, rezultă că S este număr impar; b) $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 199$ și deoarece S are 100 de termeni, rezultă că S este număr par.

33. 90 de numere. **34.** a) Pentru cifra sutelor sunt cinci posibilități, pentru cifra zecilor sunt patru posibilități, iar pentru cifra unităților sunt trei posibilități, prin urmare avem $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ de numere; b) Analog obținem $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ de numere. **35.** Observăm că $p = 500$ și $i = 501$. După fiecare „operație”, dacă cele trei numere sunt pare, rezultă $p = p - 2$ și $i = i$; dacă cele trei numere sunt impare, rezultă $p = p$ și $i = i - 2$; dacă două numere sunt pare și unul impar, rezultă $p = p - 2$ și $i = i$, iar dacă două numere sunt impare și unul par, rezultă $p = p$ și $i = i - 2$; deci numărul numerelor impare de pe tablă este întotdeauna număr impar, prin urmare ultimul număr este impar. **36.** Numerele cerute sunt de forma $\overline{abc}$, $a \neq 0$, și evident $c = 9$. Cazul $b = 9$ nu este posibil, iar în cazul $b < 9$, obținem $a + b + c = 3(a + b + 1 + 0)$, de unde rezultă că $a + b = 3$ și obținem numerele: 129, 219 și 309. **37.** $\overline{abcd} = 9 \cdot \overline{bcd}$, de unde rezultă că $8 \cdot \overline{bcd} = 1000a$ și obținem $\overline{bcd} = 125a$. Pentru a egal cu: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, obținem numerele: 1125, 2250, 3375, 4500, 5625, 6750, 7875. Pentru a egal cu: 8, 9, numărul $125a$ are 4 cifre, prin urmare în aceste cazuri nu se obțin soluții.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 5062; b) 18013; c) 476071. **2.** a) cifra 0 face parte din clasa unităților și este de ordinul sutelor; b) cifra 3 face parte din clasa miilor și este de ordinul zecilor; c) cifra 2 face parte din clasa milioanei și este de ordinul unităților. **3.** 71223, 71621.

Lecția 2. Reprezentarea numerelor naturale pe axă

1. a) A; b) F. **2.** O are coordonata 0, A are coordonata 1, B are coordonata 2, C are coordonata 4, D are coordonata 6, E are coordonata 7. **3.** O are coordonata 0, A are coordonata 3, B are coordonata 5, C are coordonata 8, D are coordonata 10, E are coordonata 13, F are coordonata 14, G are coordonata 17. **10.** a) 2 cm; b) 5 mm. **11.** a) 3 cm; b) 14 mm. **12.** $OE = 16$ cm, $OF = 18$ cm. **13.** $OM = 25$ mm, $ON = 45$ mm. **14.** $AB = 56$ mm. **15.** Notăm cu u lungimea unității de măsură. $DE = 5u$, deci $u = 6$ mm, prin urmare $OF = 6,6$ cm.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

2. $u = 2$ cm. **3.** $MN = 7u = 7$ cm.

Lecția 3. Compararea și ordonarea numerelor naturale

1. a) $798 < 2011$; b) $3001 > 975$; c) $1002 > 999$; d) $7899 < 20111$; e) $12312 > 8975$; f) $9906 < 15002$; g) $88879 < 100000$; h) $95807 < 102103$; i) $200103 > 99988$. **2.** a) iulie; b) septembrie. **3.** a) $3556 > 3546$; b) $4901 > 4899$; c) $7206 < 7305$; d) $65279 < 65312$; e) $86061 > 86049$; f) $95037 > 95032$. **4.** a) 2016; b) 2015. **5.** a) $123458 < 123502$; b) $520764 < 520771$; c) $771456 > 771452$; d) $616543 > 615907$; e) $409528 < 409601$; f) $817562 > 817560$. **6.** Bacalaureat, Șteranavada, Aferim. **7.** a) $9012 > 8976$; b) $1789 < 3102$. **8.** a) 7841, 7850, 7930; b) 8199, 8243, 8259; c) 12345, 12354, 12453; d) 63999, 64529, 64921. **9.** a) 4610, 4602, 4601; b) 2178, 2177, 2175; c) 63000, 62505, 61995; d) 89263, 89201, 89164. **10.** a) 563999, 564132; b) 808795, 809280; c) 321502, 324001; d) 725486, 725602. **11.** a) 9996, 9997, 9998, 9999; b) 10000, 10001, 10002, 10003, 10004, 10005. **12.** a) 24803, 24804, 24805, 24806; b) 5157, 5158, 5159, 5160. **13.** a) 7210, 7212, 7214; b) 13603, 13605, 13607, 13609. **14.** 11137. **15.** a) 10068, 88610; b) 100168, 886610. **16.** a) 62112; b) 843201. **17.** 102356. **18.** 36 de numere. **19.** a) Dacă $a < 4$, atunci $\overline{72a49} < \overline{724a9}$, dacă $a = 4$, atunci $\overline{72a49} = \overline{724a9}$, iar dacă $4 < a$, atunci $\overline{72a49} >$

29. 4, respectiv 3. 30. 10 platouri, 3 platouri. 31. 7, respectiv 8. 32. 11, respectiv 12. 33. 20, respectiv 10. 34. 2 zile, 5 zile. 35. 7, respectiv 4.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. 65 lei. 2. 279 kg, 93 kg. 3. 12, respectiv 4.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. I. 1. B. 2. A. 3. D. 4. C. 5. D. II. 1. $n = 5^8 \cdot 4 = (2 \cdot 5^4)^2$. 2. 15 lei. 3. 25. 4. 300 km.

Testul 2. I. 1. A. 2. C. 3. B. 4. D. 5. A. II. 1. 25 elevi. 2. 87. 3. 540 km. 4. $n = 7 = 111_{(2)}$.

Testul 3. I. 1. C. 2. A. 3. D. 4. B. 5. A. II. 1. 405 lei. 2. 188. 3. 7 bancnote, 6 bancnote. 4. $n = 1$; $n^{2019} = 1$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. 2. A. 3. A. II. 1. 3. 2. 4 m. 3. 4. III. 1. D. 2. A. 3. A. IV. 201 adulți și 120 copii. V. a) $n = 8 = 2^3$; b) $n^{10} = 2^{30}$; $2^{30} = 8^{10} < 10^{10}$; $2^{30} = 1024^3 > 1000^3 = 10^9$, deci $10^9 < n^{10} < 10^{10}$, prin urmare n^{10} are zece cifre.

Model de test pentru Evaluarea Națională

1. B. Cireș. 2. C. 3 ori. 3. D. 21. 4. 15 lei. 5. 14 lei. 6. 4 lei. 7. 51 trandafiri albi. 8. 34 trandafiri roșii. 9. 102 trandafiri.

CAPITOLUL II. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

Lección 18. Divizor. Multiplu

1. a) divizor; b) multiplu. 2. a) multiplu; b) divizor. 3. a) 4 și 24; b) 5 și 75; c) 9 și 54; d) 7 și 63; e) 19 și 57; f) 13 și 65; g) 15 și 90; h) 16 și 80. 4. a) A; b) F; c) F; d) A. 5. a) A; b) F; c) F; d) A. 6. a) A; b) A; c) F; d) A; e) A; f) A; g) F; h) A. 8. a) 1, 2, 5, 10; b) 1, 2, 7, 14; c) 1, 3, 5, 15; d) 1, 3, 7, 21; e) 1, 5, 7, 35; f) 1, 3, 5, 9, 15, 45. 9. a) 1, 61; b) 1, 124; c) 1, 518; d) 1, 85. 10. 0, 2, 4, 6, 8; 0, 3, 6, 9; 0, 4, 8; 0, 5. 11. a) 2, 3, 4, 6; b) 2, 4, 8; c) 2, 3, 6, 9; d) Nu are; e) 2, 4, 7, 14; f) 2, 3, 5, 6, 10, 15. 12. a) 1, 2, 4, 5, 10, 20; b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24; c) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36; d) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60; e) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72; f) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80. 13. a) 0, 9, 18, 27; b) 0, 8, 16, 24; c) 0, 7, 14, 28; d) 0, 6, 12, 18, 24, 30; e) 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30; f) 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28. 14. a) 20, 40, 60, 80; b) 25, 50, 75; c) 30, 60, 90; d) 27, 54, 81; e) 18, 36, 54, 72, 90; f) 16, 32, 48, 64, 80, 96. 15. a) 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60; b) 0, 11, 22, 33, 44, 55, 66; c) 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72; d) 0, 13, 26, 39, 52, 65, 78; e) 0, 14, 28, 42, 56, 70, 84; f) 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90. 16. a) $5^{47} : 25^{15} = 5^{47} : 5^{30} = 5^{17}$, deci $5^{47} : 25^{15}$; b) analog; c) analog; d) analog. 17. a) 51; b) 62; c) 60; d) 44. 18. a) $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1)$, deci $3 \mid (n + n + 1 + n + 2)$; b) $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 = 5(n + 2)$, deci $5 \mid (n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4)$. 19. a) $3n + 6 = 3(n + 2) : 3$; b) $7n + 42 = 7(n + 6) : 7$. 20. a) $\overline{xx} + \overline{yy} + \overline{zz} = 11(x + y + z) : 11$; b) $\overline{xy} + \overline{yz} + \overline{zx} = 11(x + y + z) : 11$; c) $\overline{xz} + \overline{zy} + \overline{yx} = 11(x + y + z) : 11$. 21. a) $\overline{xxx} + \overline{yyy} + \overline{zzz} = 37(3x + 3y + 3z) : 37$; b) $\overline{xyy} + \overline{yzz} + \overline{zxx} = 37(3x + 3y + 3z) : 37$; c) $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy} = 37(3x + 3y + 3z) : 37$. 22. a) $2^{31} + 2^{33} = 5 \cdot 2^{31} : 5$; b) $3^{23} - 3^{21} = 8 \cdot 3^{21} : 8$; c) $2^{50} - 2^{47} = 7 \cdot 2^{47} : 7$; d) $7^{45} + 7^{43} = 50 \cdot 7^{43} : 5$. 23. a) $2^n \cdot 5^{n+1} - 2^{n+1} \cdot 5^n = 3 \cdot 10^n : 3$; b) $2^n \cdot 3^{n+1} + 2^{n+2} \cdot 3^n = 7 \cdot 6^n : 7$. 24. $0 + 1 + 2 + \dots + (n - 1) = [(n - 1) \cdot n] : 2 = [(2k + 1 - 1) \cdot n] : 2 = kn$, unde k este număr natural. 25. a) $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{103} = 3(1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{102}) : 3$; b) $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{105} = 4(1 + 3^2 + 3^4 + \dots + 3^{104}) : 4$; c) $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2021} = 13(1 + 3^3 + 3^6 + \dots + 3^{2019}) : 13$; d) $5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{2024} = 31(1 + 5^3 + 5^6 + \dots + 5^{2022}) : 31$. 26. $\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d = 1000(b + a + d - c) + 100b + 10c + d = 1100b + 1001d - 990c = 11(100b + 91d - 90c) : 11$. 27. a) $n = \overline{6x23} \cdot 1000 : 11$, dacă $\overline{6x23} : 11$ și din problema precedentă rezultă că $8 = x + 3$, deci

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 41, 43, 47; b) 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58. 2. 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97. 3. $a = 5$, $b = 11$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. I. 1. C. 2. A. 3. B. 4. D. 5. C. II. 1. 15 săli de clasă. **2.** 105 pachete. **3.** $a = 2$ și $b = 5$. **4.** Notăm cu a numărul cerut. Dacă cele 3 numere prime sunt 2, 3, 5 sau 2, 3, 7 sau 2, 5, 7, de fiecare dată numărul obținut a este prim, iar pentru numerele prime 3, 5, 7, obținem $a = 7 \cdot 3 + 5 = 26$ care reprezintă soluția problemei.

Testul 2. I. 1. B. 2. A. 3. C. 4. D. 5. B. II. 1. 84 de timbre. **2.** 27 vase. **3.** $a = 3$ și $b = 5$. **4.** Pentru $n = 0$, obținem numerele prime 3, 2, 5, pentru $n = 1$, obținem 7, 9, 13 care nu sunt toate prime, pentru $n = 2$ obținem 11, 16, 21 care nu sunt toate prime, pentru $n \geq 3$, dacă $n = 3k$, atunci $4n + 3 = 3(4k + 1) \div 3$, dacă $n = 3k + 1$, atunci $7n + 2 = 3(7k + 3) \div 3$, iar dacă $n = 3k + 2$, atunci $8n + 5 = 3(8k + 7) \div 3$, prin urmare $n = 1$.

Testul 3. I. 1. A. 2. B. 3. D. 4. C. 5. B. II. 1. 16 grupe. **2.** 210 pomi fructiferi. **3.** $\overline{ab} = 30$. **4.** Pentru $n = 0$, obținem 3, 5, 7 care sunt prime, pentru $n = 1$, obținem 11, 13, 15 care nu sunt toate prime, pentru $n = 2$, obținem 19, 21, 23 care nu sunt toate prime, pentru $n \geq 3$, dacă $n = 3k$, atunci $8n + 3 = 3(8k + 1) \div 3$, dacă $n = 3k + 1$, atunci $8n + 7 = 3(8k + 5) \div 3$, iar dacă $n = 3k + 2$, atunci $8n + 7 = 3(8k + 7) \div 3$, prin urmare $n = 0$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. F. 2. A. 3. A. II. 1. 28. **2.** $x = 3$ sau $x = 9$. **3.** 61. **III. 1. A. 2. A. 3. D. IV.** $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 1001 = \overline{abc} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, de unde rezultă că $\overline{abcabc} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$, deci $\overline{abc} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 = 510$. **V. a)** Dacă notăm produsul cu P și toate numerele sunt impare, atunci P este număr impar, iar S este număr par, deci egalitatea $P = S$ este imposibilă, deci primul număr este 2 și ultimul se obține pentru $n = 4$, acesta fiind 19; $S = 77$ și $P = 7 \cdot 11$; **b)** Dacă toate numerele sunt impare, atunci S este număr impar, iar S_1 este număr par, deci egalitatea $S = S_1^2$ este imposibilă, deci primul număr este 2 și ultimul se obține pentru $n = 4$, acesta fiind 23; $S = 100$ și $S_1 = (3 + 7)^2$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

1. A. Vârful Ascuțit. **2.** B. 4. **3.** C. Pietricica. **4.** 11 kg, 6 kg, 4 kg. **5.** 8 kg, 5 kg, 4 kg. **6.** 3 kg, 7 kg, 7 kg sau 5 kg, 5 kg, 7 kg. **7.** Deoarece trei dintre cele patru numere sunt prime și $a < b$, rezultă că $\overline{aa} = 11$, deci $b = 3$ sau $b = 7$ și verificând pentru $b = 3$, numerele $\overline{aa}$, $\overline{ab}$, $\overline{ba}$ și $\overline{bb}$ au suma divizibilă cu 2^3 , deci $b = 3$, prin urmare cele două distanțe sunt egale cu 13 km, respectiv 11 km. **8.** Distanțele de la refugiul montan Vârful Ascuțit la cabanele Gura Râului, respectiv cabana Brusturet sunt egale cu $\overline{ba} - \overline{ab} = 18$ km, respectiv $\overline{bb} - \overline{aa} = 22$ km, deci lungimea traseului cerut este egală cu 40 km. **9.** Distanțele dintre cabana Plaiul Foi și refugiul montan Vârful Ascuțit este egală cu $(\overline{aa} + \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{bb}) : 4 = 22$ km.

CAPITOLUL III. FRACȚII ORDINARE

Lecția 23. Frații ordinare

1. a) 2 supra 3; b) 5 supra 6; c) 4 supra 9; d) 8 supra 7. **2.** a) 4, 7; b) 23, 11; c) 16, 51; d) 8, 3. **3.** a) $\frac{2}{4}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{4}{4}$; d) $\frac{3}{4}$. **4.** a) A. $\frac{2}{6}$; b) B. $\frac{1}{6}$; c) B. $\frac{5}{6}$; d) A. $\frac{3}{6}$. **5.** a) A; b) F; c) A; d) A. **6.** a) $\frac{2}{9}$; b) $\frac{8}{5}$; c) $\frac{3}{37}$; d) $\frac{25}{4}$. **7.** a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{1}{5}$. **8.** a) $\frac{3}{10}$; b) $\frac{7}{10}$. **9.** a) $\frac{25}{48}$; b) $\frac{23}{48}$. **10.** a) $\frac{57}{100}$; b) $\frac{43}{100}$. **11.** $\frac{2}{3}$. **12.** $\frac{3}{4}$. **13.** a) $\frac{17}{60}$; b) $\frac{29}{60}$. **14.** a) $\frac{50}{71}$, $\frac{52}{71}$, $\frac{54}{71}$, $\frac{56}{71}$, $\frac{58}{71}$; b) $\frac{89}{61}$.

$\frac{89}{63}, \frac{89}{65}, \frac{89}{67}, \frac{89}{69}$. 15. $\frac{210}{27}$. 16. a) $\frac{3}{15}, \frac{5}{15}$; b) $\frac{3}{81}, \frac{9}{81}, \frac{27}{81}$; c) $\frac{2}{28}, \frac{4}{28}, \frac{7}{28}, \frac{14}{28}$; d) $\frac{3}{45}, \frac{5}{45}, \frac{9}{45}, \frac{15}{45}$. 17. a) $\frac{53}{53}$; b) $\frac{41}{41}, \frac{41}{82}$; c) $\frac{37}{37}, \frac{37}{74}$; d) $\frac{25}{25}, \frac{25}{50}, \frac{25}{75}$. 18. a) $\frac{11}{11}, \frac{13}{31}, \frac{17}{71}$; b) $\frac{13}{31}, \frac{73}{73}$; c) $\frac{17}{71}, \frac{37}{73}, \frac{97}{97}$; d) $\frac{97}{79}$. 19. a) $\frac{210}{580}, \frac{211}{582}, \frac{212}{584}, \frac{213}{586}, \frac{214}{588}$; b) $\frac{210}{580}, \frac{213}{581}, \frac{216}{582}, \frac{219}{583}$. 20. $\frac{620}{207}, \frac{665}{657}$. 21. $\frac{411}{712}, \frac{477}{772}$. 22. a) $\frac{861}{276}$; b) $\frac{561}{903}$. 23. a) $\frac{272}{132}$; b) $\frac{506}{756}$. 24. a) $\frac{261}{145}$; b) $\frac{276}{174}$. 25. a) $321 : 45 = 7$ rest 6, deci $a = 7$ și $b(b + 1) = 12$, de unde rezultă că $b = 3$, prin urmare $\overline{ab} = 73$, deci $\frac{a}{b} = \frac{7}{3}$; b) Analog se arată că $\overline{ab} = 85$, deci $\frac{a}{b} = \frac{8}{5}$.

26. Observăm că $b = 2$. Pentru $a = 5$ și $b = 2$, fracția $\frac{a-b}{a+b} = \frac{3}{7}$; pentru $a > 5$ și $b = 2$, cum $a = 3k + 1$ sau $a = 3k + 2$, rezultă că unul dintre numerele $a - 2$ și $a + 2$ este compus, deoarece are forma $3k$; $\frac{a}{b} = \frac{5}{2}$. 27. Observăm că a este număr impar. Dacă $a > 3$, atunci $a = 3k + 1$ sau $a = 3k + 2$, $k \geq 1$, deci în primul caz, $a^2 = 3p + 1$, prin urmare $a^2 + 2 = 3(p + 1)$ care nu este prim, iar în cazul următor $a^2 = 3p + 4$, prin urmare $a^2 + 2 = 3(p + 2)$ care nu este prim, așadar $a = 3$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{5}$; c) $\frac{5}{6}$. 2. $\frac{7}{12}$. 3. $\frac{27}{72}, \frac{57}{75}, \frac{77}{77}, \frac{87}{78}$.

Lecția 24. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare

1. a) A; b) A; c) F; d) A. 3. C. $\overline{ab} = 13$. 4. D. $\overline{ab} = 53$. 5. A. $\overline{xy} = 62$. 6. a) $\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{3}$; b) $\frac{6}{1}, \frac{6}{2}, \frac{6}{3}, \frac{6}{4}, \frac{6}{5}$. 7. a) $\frac{0}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$; b) $\frac{0}{5}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$. 8. i) $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{7}{5}$; ii) $\frac{4}{6}, \frac{4}{8}, \frac{4}{9}, \frac{6}{8}, \frac{6}{9}, \frac{8}{9}$. 9. $\frac{16}{16}, \frac{25}{25}, \frac{36}{36}, \frac{49}{49}, \frac{64}{64}, \frac{81}{81}$. 10. a) 8, 9; b) 7; c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. 11. a) 0, 1, 2, 3, 4; b) 5; c) 6, 7, 8, 9. 12. a) 1, 2, 3, 4; b) 5, 6, 7, 8, 9. 13. a) $n \leq 3$; b) $n \leq 2$; c) $n \leq 5$; d) $n \leq 3$. 14. a) $x \leq 2$ și $y = 6$ sau $x \leq 9$ și $y > 6$; b) $x = 3$ și $y = 6$; c) $x > 3$ și $y = 6$ sau $x \leq 9$ și $y < 6$. 15. $\frac{13}{31}, \frac{17}{71}, \frac{37}{73}, \frac{79}{97}$. 16. a) $2^{51} > 4^{25} = 2^{50}$; b) $3^{43} > 9^{21} = 3^{42}$; c) $5^{15} > 2^{30} = 4^{15}$; d) $3^{38} = 9^{19} > 8^{19} = 2^{57}$. 17. a) $3^{62} < 27^{21} = 3^{63}$; b) $2^{59} < 16^{15} = 2^{60}$; c) $5^{34} = 25^{17} < 27^{17} = 3^{51}$; d) $5^{21} = 125^7 < 128^7 = 2^{49}$. 18. a) $\frac{3^{31}}{2^{32} + 2^{29}} = \frac{9 \cdot 3^{29}}{9 \cdot 2^{29}}$; b) $\frac{2^{20}}{3^{19} - 3^{17}} = \frac{8 \cdot 2^{17}}{8 \cdot 3^{17}}$. 19. a) $\frac{8^{17} \cdot 37}{9^{17} \cdot 37}$; b) $\frac{128^{11} \cdot 121}{125^{11} \cdot 121}$. 20. a) $\frac{11(a+b+c)}{11(a+b+c)}$. 21. a) $\frac{10^n \cdot 4}{10^n \cdot 5}$; b) $\frac{10^n \cdot 128}{10^n \cdot 125}$. 22. a) $\frac{6216}{6225}$ este subunitară; b) $\frac{5253}{5253}$ este echiunitară; c) $\frac{5050}{4975}$ este supraunitară; $\frac{6760}{6786}$ este subunitară. 23. a) $\frac{14^n \cdot 15}{14^n \cdot 15}$; b) $\frac{6^n \cdot 17}{6^n \cdot 17}$. 24. a) $x = 5$; b) $x = 6$. 25. a) 5, 6, 7, 8, 9; b) 4, 5, 6, 7, 8, 9. 26. $1 + 2 + 3 + \dots + 2(n-5) + 1 = (2n-9)(n-4) = 2n^2 - 17n + 36$; $1 + 3 + 5 + \dots + 2(n+5) + 1 = (n+6)^2 = n^2 + 12n + 36$, deci

$$+ \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{1} - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}, \text{ deci } \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{100} \cdot \frac{n}{n+1} \text{ sau } \frac{1}{n} = \frac{n}{100},$$

de unde rezultă că $n^2 = 100$, deci $n = 10$, prin urmare $S = \frac{10}{11}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{25}$; c) $\frac{2}{5}$. 2. a) 638; b) 30 m; c) 162 t. 3. 12 ani.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. I. 1. B. 2. D. 3. A. 4. C. 5. D. II. 1. 192 de caiete. 2. $\left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{8}{27}$, deci $n = 3$. 3. 88 de pagini. 4. $a = \frac{1}{8}$; $a^2 : \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{36}$.

Testul 2. I. 1. A. 2. D. 3. B. 4. C. 5. C. II. 1. 6 elevi. 2. $f < \frac{7}{16}$. 3. 243 cm. 4. 4.

Testul 3. I. 1. A. 2. B. 3. C. 4. D. 5. A. II. 1. 36 de cărți. 2. $f = \frac{9}{49}$; $f < \frac{12}{61}$. 3. 120 de lei.

4. $a = \frac{5}{7}$; $\frac{7}{5}$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. 2. A. 3. A. II. 1. 4 2. 15 fete. 3. $\frac{1}{12}$. III. 1. C. 2. D. 3. B. IV. $f = \frac{3}{4}$, deci $f < \frac{4}{5}$.

V. a) $f_1 = \frac{5}{4} \cdot \frac{28}{15} - \frac{5}{4} \cdot \frac{17}{25} - \frac{5}{4} \cdot \frac{32}{75} = \frac{7}{3} - \frac{17}{20} - \frac{8}{15} = \frac{19}{20}$; b) $f_2 = \frac{19}{5}$; $f_1 : f_2 = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$, deci $n = 2$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

1. D. 11. 2. C. 15°C. 3. A. 8°C. 4. 45 ani. 5. 22 ani, 23 ani. 6. 18 ani. 7. 3240 ha. 8. 1782 ha. 9. 2200 ha.

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTIINȚELOR

Testul 1

Subiectul I. 1. D. 2. C. 3. A. 4. C. 5. B. 6. D. Subiectul al II-lea. 1. 3. 2. $a = 105400$, deci $10 \mid a$. 3. 36 și 144. 4. 1, 3, 7 și 9. 5. $a = \underbrace{4000\dots0}_{n \text{ cifre}} - 1 = \underbrace{3999\dots9}_{n \text{ cifre}}$, deci $a : 3$. 6. Dacă cele $2n + 1$

numere sunt impare, rezultă că S este număr impar; dar $5S_1$ este număr par, deci în acest caz egalitatea $S = 5S_1$ este imposibilă, prin urmare primul număr este 2, iar ultimul este 23; $5(3 + 17) = 100 = S$.

Testul 2

Subiectul I. 1. C. 2. B. 3. D. 4. C. 5. A. 6. A. Subiectul al II-lea. 1. $n = 6$. 2. $a = 4^{11} = (2^{11})^2$. 3. $f = \frac{8}{27}$. 4. 175 lei. 5. $a = 27 \cdot 6 + 24 = 186$. 6. $a = 125 \underbrace{000\dots0}_{n \text{ cifre}} + 1 = 125 \underbrace{0\dots1}_{n \text{ cifre}}$, deci $a : 9$.